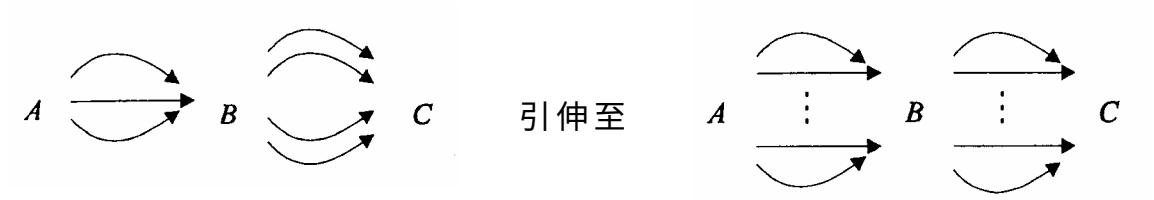
单元 1：排列和组合

1.1 基本乘法原理

可就下列路线图，问学生由 A 通过 B 至 C 可有多少条路线。



(3 条路线)　(4 条路线)　　(m 条路线)　(n 条路线)

例一
计算机系统的密码：基于保安原因，用家需要利用密码去开启网络计算机系统。通常密码是由 n 个符号组成的字或词，符号可以是字母或数目字。究竟密码有多少种不同的组合？

例二
当我们使用电子银行服务或进入一些保安严密的房间时，我们同样需要使用密码。

例三
菜单：不同种类的汤、主菜及甜品，可组合成多款套餐。

由此教师可指出基本乘法的原理，并引申至多次连续运算。

1.2 排列的定义

教师可选取 3 个英文字母，如 a 、 b 、 c ，讨论它们不重复的编排，同时引出符号 $n!$ 的定义。学生明白这个概念后，可进一步指出：从 n 个不同元素中取出 r 个元素的排列数为 P_r^n。

1.3 组合的定义

教师可要求学生从 a、 b 、 c 、 d 、 e 这 5 个字母中任取 3 个出来。究竟有多少种选取方法？学生明白这个概念后，可进一步指出：从 n 个不同元素中取出 r 个元素的方法为 C_r^n。

1.4 $r!$，P_r^n 和 C_r^n

利用以上简易例子以及 P_r^n 和 C_r^n 公式，教导学生学习 $C_r^n = \frac{P_r^n}{r!}$。

教师应陈述及证明下列关系：

$C_r^n = C_{n-r}^n$ (教师可用选取某部分相当于不选取余下一部分这个方法入手，介绍这个公式)

$C_r^n + C_{r-1}^n = C_r^{n+1}$ (教师可用组合方法介绍这个公式，亦可直接代入公式验算)

1.5 排列和组合的简易应用

学生应可解决以下问题：

(i) 找出将 n 个不同类对象排列成行的数目。

(ii) 在 n 个物件中，有 p 、 q 、 r 、 … 个相同类的小组，找出它们排列成行的数目。

学生并不需要学会环状排列。

(以下例子只是概略地介绍一些应用情景，教师可考虑不同情况设题。)

排列：

(i) 从 A 至 Z 这 26 个字母中选出 n 个去组成一个英文字，共有多少个排列方法？

(ii) 找出 n 幅不同类的图画挂在墙上排列成行的数目。

(iii) 将中文、数学、物理、化学 4 本书排放在书架上，共有多少种排列法？

(iv) 将 9 个队员派进场内比赛，分派不同的位置，可有多少种分派方法？

组合：

(i) 六合彩：从 47 个号码选 6 个出来的组合。

(ii) 某球赛共有 n 位参赛者。若比赛分为单打和双打两类，求两类赛法的比赛次数。

(iii) 凸 n 边形可画出多少条对角线？

(iv) 一班共有 n 位学生，欲分成 p 个组别，每组 q 人，间有几种分法？

(v) 从 15 人当中，选出 4 人组成学生会，间有几个组合？