單元 1：排列和組合

1.1 基本乘法原理

可就下列路綫圖，問學生由 A 通過 B 至 C 可有多少條路綫。

(3 條路綫)　(4 條路綫)　　(m 條路綫)　(n 條路綫)

例一
電腦系統的密碼：基於保安原因，用家需要利用密碼去開啓網絡電腦系統。通常密碼是由 n 個符號組成的字或詞，符號可以是字母或數目字。究竟密碼有多少種不同的組合 ？

例二
當我們使用電子銀行服務或進入一些保安嚴密的房間時，我們同樣需要使用密碼。

例三
菜單：不同種類的湯、主菜及甜品，可組合成多款套餐。

由此教師可指出基本乘法的原理，並引申至多次連續運算。

1.2 排列的定義

教師可選取 3 個英文字母，如 a 、 b 、 c ，討論它們不重複的編排，同時引出符號 $n!$ 的定義。學生明白這個概念後，可進一步指出：從 n 個不同元素中取出 r 個元素的排列數爲 P_r^n 。

1.3 組合的定義

教師可要求學生從 a、 b 、 c 、 d 、 e 這 5 個字母中任取 3 個出來。究竟有多少種選取方法 ？ 學生明白這個概念後，可進一步指出：從 n 個不同元素中取出 r 個元素的方法爲 C_r^n 。

1.4 $r!$，P_r^n 和 C_r^n

利用以上簡易例子以及 P_r^n 和 C_r^n 公式，教導學生學習 $C_r^n = \dfrac{P_r^n}{r!}$。

教師應陳述及證明下列關係：

$C_r^n = C_{n-r}^n$ (教師可用選取某部分相當於不選取餘下一部分這個方法入手，介紹這個公式)

$C_r^n + C_{r-1}^n = C_r^{n+1}$ (教師可用組合方法介紹這個公式，亦可直接代入公式驗算)

1.5 排列和組合的簡易應用

學生應可解決以下問題：

(i) 找出將 n 個不同類物件排列成行的數目。

(ii) 在 n 個物件中，有 p 、 q 、 r 、 … 個相同類的小組，找出它們排列成行的數目。

學生並不需要學會環狀排列。

(以下例子只是概略地介紹一些應用情景，教師可考慮不同情況設題。)

排列：

(i) 從 A 至 Z 這 26 個字母中選出 n 個去組成一個英文字，共有多少個排列方法 ?

(ii) 找出 n 幅不同類的圖畫掛在牆上排列成行的數目。

(iii) 將中文、數學、物理、化學 4 本書排放在書架上，共有多少種排列法 ?

(iv) 將 9 個隊員派進場內比賽，分派不同的位置，可有多少種分派方法 ?

組合：

(i) 六合彩：從 47 個號碼選 6 個出來的組合。

(ii) 某球賽共有 n 位參賽者。若比賽分爲單打和雙打兩類，求兩類賽法的比賽次數。

(iii) 凸 n 邊形可畫出多少條對角綫 ?

(iv) 一班共有 n 位學生，欲分成 p 個組別，每組 q 人，間有幾種分法 ?

(v) 從 15 人當中，選出 4 人組成學生會，間有幾個組合 ?